



# Colegiul Național „Liviu Rebreanu” - Bistrița

Str. B-dul Republicii Nr. 8 Cod 420057

tel./Fax: 0363-100.438

Web: [www.cnlr.ro](http://www.cnlr.ro), e-mail: rebreanu@cnlr.ro



## Concursul interjudețean "Matematica, de drag" Ediția a XIV-a

### Clasa a V-a

#### Subiectul I

Fie numerele  $a = 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot \dots \cdot 2^{15}$  și  $b = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{118}$ .

a) Calculați numerele  $a$ ,  $b$  și  $a - b$ .

b) Arătați că numărul  $1 + a + b$  este atât pătrat perfect cât și cub perfect.

#### Subiectul II

a) Se dă șirul numerelor naturale care au suma cifrelor 2019. Să se scrie cele mai mici trei numere din acest șir.

b) Găsiți toate numerele naturale  $\overline{abc}$  cu cifre distincte știind că  $a \cdot \overline{bc}$  și  $b \cdot \overline{ac}$  sunt numere naturale consecutive.

#### Subiectul III

a) Aflați produsul resturilor nenule ale împărțirii la 5 a primelor 6 numere naturale nenule.

b) Produsul resturilor nenule ale împărțirii la 5 a  $n$  numere naturale consecutive este egal cu  $3^{20} \cdot 4^{31}$ . Aflați valorile numărului  $n$ .

Notă:

Fiecare subiect este evaluat de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru: trei ore



# Colegiul Național „Liviu Rebreanu” - Bistrița

Str. B-dul Republicii Nr. 8 Cod 420057

tel./Fax: 0363-100.438

Web: [www.cnlr.ro](http://www.cnlr.ro), e-mail: rebreanu@cnlr.ro



## Concursul interjudețean "Matematica, de drag"

### Ediția a XIV-a

### Clasa a VI-a

#### Subiectul I

a) Știind că  $5^2 + 13^2 + 21^2 + \dots + 157^2 = n$ , calculați numărul  $A$ , unde  $A = 1 \cdot 5 + 5 \cdot 9 + 9 \cdot 13 + \dots + 157 \cdot 161$  în funcție de  $n$ .

b) Arătați că fracția  $\frac{7^{2019} - 6^{2016}}{6^{2019} - 5^{2016}}$  este supraunitară.


#### Subiectul II

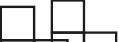
a) Determinați numărul natural  $n$ , știind că numărul  $a = 2^n \cdot 3^n + 2^n \cdot 5^n + 3^n \cdot 5^n + 2^n \cdot 3^n \cdot 5^n + 2021$  este pătrat perfect.

b) Din produsul tuturor numerelor naturale de la 1 la 2027 inclusiv, se elimină toate numerele divizibile cu 5. Cu ce cifră se termină produsul numerelor rămase?

#### Subiectul III

Pătratul  $5 \times 5$  are pătrățelele din colțuri și pătrățelul din mijloc negre, celelalte pătrățele sunt albe. Din pătratul  $5 \times 5$  se elimină unul dintre pătrățelele negre.

a) Arătați că din cele 24 de pătrățele rămase se pot forma 8 figuri alăturate. 

b) Dacă din pătratul  $5 \times 5$  se mai elimină oricare pătrățel alb, arătați că nu se pot forma 8 figuri de forma . 

Notă:

Fiecare subiect este evaluat de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru: trei ore



## Concursul interjudețean "Matematica, de drag"

### Ediția a XIV-a

### Clasa a VII-a

#### Subiectul I

a) Aflați numerele naturale  $x, y, z$  știind că:  $(3x + 1)! + y^2 = z^2 + 2018$ , unde  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n, n \in \mathbb{N}^*$ .

b) Poate fi exprimată suma  $S = 1^2 + 2^2 + \dots + 2018^2 + 2019^2$  sub forma unei sume cu 2016 de termeni care sunt pătrate perfecte ale unor numere naturale distincte două câte două?

#### Subiectul II

Ionel a scris pe tablă trei numere reale distincte. Ionela a scris pe tabla alăturată: produsul, suma și suma produselor numerelor luate două câte două a numerelor scrise de Ionel și a observat că pe tablă au apărut aceleași numere ca și cele scrise de Ionel. Ce numere a scris Ionel pe tablă?

#### Subiectul III

a) Fie triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB \equiv AC$  și măsura unghiului  $\rho BAC$  de  $24^\circ$ . Să se demonstreze că  $AB > 2 \cdot BC$ .

b) Se dă paralelogramul  $ABCD$  și punctul  $M$  mijlocul laturii  $AD$ . Dacă dreptele  $BT$  și  $MC$  sunt perpendiculare, punctul  $T$  se află în interiorul segmentului  $MC$  și punctul  $P$  este mijlocul segmentului  $BT$  să se arate că:

i) Dreptele  $MC$  și  $AP$  sunt paralele.

ii) Unghiurile  $MTA$  și  $BAP$  sunt congruente.

Notă:

Fiecare soluție primește de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru: trei ore



# Colegiul Național „Liviu Rebreanu” - Bistrița

Str. B-dul Republicii Nr. 8 Cod 420057

tel./Fax: 0363-100.438

Web: [www.cnlr.ro](http://www.cnlr.ro), e-mail: rebreanu@cnlr.ro



## Concursul interjudețean "Matematica, de drag" Ediția a XIV-a

### Clasa a VIII-a

#### Subiectul I

a) Determinați numerele naturale  $\overline{ab}$  scrise în baza zece pentru care  $\frac{a}{b} + 8 \cdot \frac{b}{a} = 6$ .

b) La un atelier de tâmplărie s-au tăiat scânduri de aceleași dimensiuni pentru confecționat piese de mobilier. S-au efectuat 2019 tăieturi obținându-se 2449 de bucăți. Câte scânduri au fost tăiate?

#### Subiectul II

a) Fie numărul  $a = \underbrace{11\dots11}_{n \text{ de } 1} \underbrace{22\dots22}_{(n+1) \text{ de } 2} 5$ . Să se arate că  $a$  este pătrat perfect.

b) Să se determine numerele întregi  $a$  și  $b$  știind că:  $a^4 \cdot (b^2 - 1) + 8 = b^4 \cdot (a^2 - 1)$ .

#### Subiectul III

În triunghiul  $ABC$  se știe că  $[BC]$  este cea mai mare latură,  $(BD$  și  $CE$  sunt bisectoarele unghiurilor  $ABC$  și  $ACB$ , iar punctul  $I$  este intersecția lor.

Arătați că raportul  $\frac{\text{aria}(BEDC)}{\text{aria}(BIC)}$  este egal cu un număr natural, dacă și numai dacă unghiul  $BAC$  este drept.

Notă:

Fiecare subiect este evaluat de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru: trei ore